

OS EFEITOS DE GOOS-HÄNCHEN E IMBERT-FEDEROV

THALYTA TAVARES MARTINS

Instituto de Física de São Carlos - USP

thalyta@usp.br

Resumo

O presente trabalho descreve os fenômenos de Goos-Hänchen (GH) e Imbert-Fedorov (IF) para um feixe de luz no limite paraxial com seção transversal finita. Os desvios de GH são relacionados à existência de uma onda evanescente no meio a ser incidido, enquanto os desvios de IF surgem devido às propriedades de polarização intrínseca da luz. Foram feitos cálculos dos quatro tipos de deslocamento, espacial e angular de GH e IF, e, após isso, foi feita uma breve descrição de um sistema experimental capaz de medir o desvio espacial de GH.

I. INTRODUÇÃO

A reflexão e refração da luz em um meio dielétrico é bem compreendida pela óptica geométrica. No entanto, ao considerarmos um feixe de luz real, que apresenta um seção transversal finita, os feixes não seguem a mesma evolução da situação ideal, apresentando deslocamentos espaciais e angulares.

A existência de um deslocamento longitudinal foi prevista por Isaac Newton [1] e investigada experimentalmente, para a reflexão total da luz, nos anos 1940, por Fritz Goos e Hilda Hänchen. A explicação teórica foi feita por Kurt Artmann em 1948 utilizando o método da fase estacionária [2].

Em 1949, Goos e Hänchen fizeram novos experimentos e confirmaram que o deslocamento lateral depende da polarização da luz [3]. Esse efeito ficou conhecido como deslocamento de Goos-Hänchen (GH) e ocorre para modos linearmente polarizados TM (p) e TE (s)¹.

Até então, esse fenômeno era previsto apenas para reflexão total da luz, mas na década de 1970 foi proposto também para reflexões e transmissões parciais [5, 6, 7]. O primeiro experimento a detectar desvios angulares nessas condições foi conduzido por Merano e Aiello [8].

¹O modo transversal magnético (TM) tem o campo elétrico paralelo ao plano de incidência e o modo transversal elétrico (TE) tem o campo elétrico ortogonal ao plano de incidência [4].

Após a descoberta do efeito de GH, Fedorov escreveu que um deslocamento transversal de um feixe totalmente refletido também deveria ocorrer para feixes de luz circularmente polarizada [9]. Anos mais tarde, Imbert [10] calculou este deslocamento utilizando o método do fluxo de energia desenvolvido por Renard [11] para o deslocamento de GH. Este fenômeno ficou conhecido por efeito de Imbert-Fedorov (IF) e, por se tratar de um fenômeno mais sofisticado, passou por muitas controvérsias.

Schilling foi o primeiro a derivar a expressão correta para o efeito de IF [12] e em 1987, Feoseyev e Player mostraram a relação entre esse efeito e a conservação de momento angular da luz [13, 14]. Em 1992, as fórmulas foram refeitas introduzindo noções de interação spin-órbita da luz [15] e, em 2004 Onoda fez uma nova derivação, considerando agora o deslocamento de IF como um exemplo de efeito spin-Hall da luz relacionado à fase geométrica de Berry [16]. O tratamento teórico final, com a previsão de um desvio angular, foi feito por Bliokh e Bliock [17, 18] e verificado por Hosten e Kwiat em 2008 [19].

O presente trabalho tem como objetivo calcular os desvios espaciais $\langle X^a \rangle$ e angulares $\Theta_X^a = \langle P_X^a \rangle / k^a$ de GH e os desvios espaciais $\langle Y^a \rangle$ e angulares $\Theta_Y^a = \langle P_Y^a \rangle / k^a$ de IF² (Fig. 3).

²Essa parte do trabalho foi baseada nas deduções de Bliokh e Aiello publicadas em 2013 [20]. A notação considerada é $a = i, r, t$ para os raios incidente, refletido e transmitido, respectivamente.

Por fim, será feita uma breve descrição de um sistema experimental capaz de medir o desvio espacial de GH.

II. REFLEXÃO E TRANSMISSÃO DE UM FEIXE REAL

No presente trabalho, vamos estudar um feixe com campo elétrico complexo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, cuja representação no espaço de momento é $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k})$ ³. Este apresenta um espectro de Fourier finito, ou seja, seus vetores de onda \mathbf{k}^a são distribuídos em torno do vetor de onda central \mathbf{k}_c^a .

Consideremos que esse feixe se propaga no plano (x, z) com um ângulo θ em relação ao eixo z . Ao entrar em contato com o dielétrico, de índice de refração relativo n e impedância relativa ζ , o mesmo sofre uma reflexão e transmissão parcial em $z = 0$ (Fig. 1).

O sistema de coordenadas do laboratório é associado com os planos $z = 0$ e $y = 0$ e, para simplificar os cálculos, vamos introduzir um sistema de coordenadas para cada feixe (X^a, y, Z^a) . O sentido é escolhido tal que Z^a indique a direção de propagação do feixe.

Para um campo monocromático, os vetores de onda podem ser caracterizados por pequenas deflexões ortogonais χ^a , com $|\chi^a| \ll k^a$:

$$\mathbf{k}^a = \mathbf{k}_c^a + \chi^a, \chi^a \simeq k^a(\mu^a \mathbf{u}_x^a + \nu^a \mathbf{u}_y^a). \quad (1)$$

Na equação acima, μ representa a deflexão no plano e ν a deflexão fora do plano, conforme a Fig. 2. O plano de incidência de uma onda com $\nu \neq 0$ não coincide com o plano (x, z) e, a base dos modos TM (p) e TE(s) difere da base natural do feixe $X - y$. Logo, para uma descrição correta do problema, temos de considerar três sistemas de coordenadas: (i) do laboratório, (ii) do feixe e (iii) esféricas para os modos TM e TE⁴.

Considerando um feixe descrito pelo campo $|\tilde{\mathbf{E}}^a(\mathbf{k}^a)\rangle_B$, a transformação para o sistema de

³As devidas considerações do campo e representações das rotações utilizadas no trabalho se encontram no Apêndice A.

⁴É usada a notação de campo elétrico $|\tilde{\mathbf{E}}\rangle_B$ para o sistema de coordenadas do feixe, $|\tilde{\mathbf{E}}\rangle_L$ para o sistema do laboratório e $|\tilde{\mathbf{E}}\rangle_S$ para o sistema esférico de coordenadas.

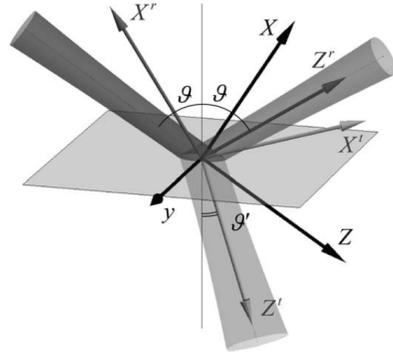


Figura 1: Reflexão e transmissão de um feixe sem os deslocamentos espaciais e angulares. Fonte: [20]

coordenadas do laboratório será: $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_L = \hat{R}_y(-\theta^a)|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_B$. Após essa transformação, podemos passar $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_L$ para coordenadas esféricas: $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_S = \hat{U}_S(\mathbf{k}^a)|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_L$, com $\hat{U}_S(\mathbf{k}^a) = \hat{R}_y(\theta^a)\hat{R}_z(\phi^a)$; sendo que (θ^a, ϕ^a) determinam a direção de \mathbf{k}^a ⁵.

A transformação resultante para as bases dos modos p e s será dada por $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_S = \hat{U}_\theta(\theta^a, \mathbf{k}^a)|\tilde{\mathbf{E}}^a(\mathbf{k}^a)\rangle_B$, com:

$$\hat{U}_\theta(\theta^a, \mathbf{k}^a) = \hat{R}_y(\theta^a)\hat{R}_z(\phi^a)\hat{R}_y(-\theta^a). \quad (2)$$

Para a onda plana central \mathbf{k}_c^a , temos $(\theta^a, \phi^a) = (\theta^a, 0)$ e $\hat{U}_\theta(\theta^a, \mathbf{k}^a) = \hat{1}$. Para ondas não centrais, pequenas deflexões μ^a e ν^a induzem mudanças em θ^a e ϕ^a . A matriz de transformação passa a ser $\hat{U}_\theta(\theta^a, \mathbf{k}^a) \simeq \hat{R}_y(\theta^a + \mu^a)\hat{R}_z(\nu^a / \sin \theta^a)\hat{R}_y(-\theta^a)$:

$$\hat{U}_\theta(\theta^a, \mathbf{k}^a) \simeq \begin{pmatrix} 1 & \nu^a \cot \theta^a & -\mu^a \\ -\nu^a \cot \theta^a & 1 & -\nu^a \\ \mu^a & \nu^a & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Para o sistema paraxial, apenas as componentes transversais⁶ importam e podemos considerar somente a matriz 2×2 superior es-

⁵Mais detalhes sobre os feixes secundários podem ser encontrados no Apêndice B.

⁶O vetor das componentes transversais do campo elétrico é representado por $|\mathbf{E}\rangle_\perp$.

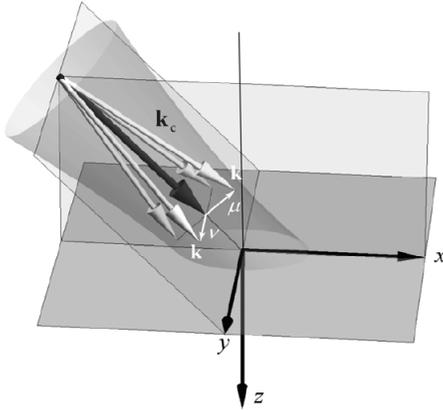


Figura 2: Vetor de onda central k_c , em preto, e vetores de onda não centrais k , em branco, para o feixe incidente. Deflexões no plano e fora do plano estão representadas por μ e ν , respectivamente. Fonte: [20].

querda:

$$\hat{U}_{\theta\perp} \simeq \begin{pmatrix} 1 & -\Phi_B^a \\ \Phi_B^a & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

sendo $\Phi_B^a = -\nu^a \cot \theta^a = -\phi^a \cos \theta^a$ a fase de Berry⁷. Já na base das polarizações circulares, temos:

$$\hat{V}_{\perp} \hat{U}_{\theta\perp} \hat{V}_{\perp}^{\dagger} \simeq \begin{pmatrix} \exp(-i\Phi_B^a) & 0 \\ 0 & \exp(i\Phi_B^a) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Aqui, a fase de Berry é induzida por uma rotação azimutal do plano de incidência por um ângulo ϕ^a . A Eq. 4 representa a matriz de Jones efetiva para a interação spin-órbita, causada pela transformação do sistema de coordenadas do feixe para o sistema esférico global de coordenadas. Essa transformação resulta nos deslocamentos transversais de IF, conhecido também por efeito spin-Hall da luz [16].

Para calcular os feixes secundários, podemos escrever a matriz de Fresnel-Jones como⁸:

⁷Na mecânica clássica e quântica, fase de Berry - ou fase geométrica - é uma diferença de fase adquirida ao longo de um ciclo, que resulta puramente das propriedades geométricas do espaço de parâmetros do Hamiltoniano [21].

⁸Para tal, foi considerada a matriz original de Fresnel-

$$\hat{F}^a \simeq \begin{pmatrix} f_p^a \left(1 + \mu \frac{\partial \ln f_p^a}{\partial \theta}\right) & 0 \\ 0 & f_s^a \left(1 + \mu \frac{\partial \ln f_s^a}{\partial \theta}\right) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

sendo $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_{\perp S} = \hat{F}^a |\tilde{\mathbf{E}}\rangle_{\perp S}$. As correções dos coeficientes de Fresnel são responsáveis pelos deslocamentos de GH no plano.

A transformação do campo de um feixe paraxial, após incidir em uma interface plana dielétrica, será descrita, no sistema de coordenadas do feixe, por $|\tilde{\mathbf{E}}^a\rangle_{\perp B} = \hat{T}_{\perp}^a |\tilde{\mathbf{E}}\rangle_{\perp B}$, com $\hat{T}_{\perp}^a = \hat{U}_{\theta\perp}^{\dagger}(\theta^a, \chi^a) \hat{F}^a(\theta, \chi) \hat{U}_{\theta\perp}(\theta, \chi)$:

$$\hat{T}_{\perp}^a \simeq \begin{pmatrix} f_p^a (1 + \mu \chi_p^a) & f_p^a \nu \mathcal{Y}_p^a \\ -f_s^a \nu \mathcal{Y}_s^a & f_s^a (1 + \mu \chi_p^a) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

onde introduzimos:

$$\chi_{p,s}^a = \frac{\partial \ln f_{p,s}^a}{\partial \theta}, \mathcal{Y}_{p,s}^a = \left(1 - (\gamma^a)^{-1} \frac{f_{s,p}^a}{f_{p,s}^a}\right) \cot \theta. \quad (8)$$

A matriz de Jones \hat{T}_{\perp}^a também descreve a interação do feixe com interfaces mais complexas (metálicas, multicamadas etc). Basta utilizar seus correspondentes coeficientes de reflexão e transmissão.

Enquanto as transformações de spin-órbita são diagonais na base das polarizações circulares (Eq. 5), as condições de contorno de Fresnel são diagonais na base de polarizações lineares (Eq. 6). Logo, não há uma base global que pode diagonalizar toda transformação (Eq. 7).

III. DESLOCAMENTO DE FEIXES GAUSSIANOS

Nessa seção vamos calcular os deslocamentos para um feixe gaussiano cujo campo é $|\tilde{\mathbf{E}}\rangle_{\perp B} = |\mathbf{e}\rangle_{\perp B} G(\mu, \nu)$. O vetor de Jones da onda plana central⁹ é dado por $|\mathbf{e}\rangle_{\perp B} =$

Jones, apresentada no Apêndice B, Eq. 18, e feita pequenas variações no ângulo de incidência $f(\theta + \mu) = f(\theta) + \mu f'(\theta)$.

⁹Aqui usamos o vetor de polarização unitário $\mathbf{e} = \mathbf{E}/E$.

$(e_x, e_y)^T$, e $G(\mu, \nu) = \frac{w_0^2}{2\pi} \exp\left[-(kw_0)^2 \frac{\mu^2 + \nu^2}{4}\right]$ é a gaussiana normalizada com cintura w_0 .

Aplicando a matriz de Jones da Eq. 7, obtemos os feixes secundários e podemos calcular os valores esperados de suas coordenadas e momentos:

$$\begin{aligned} \langle X^a, Y^a \rangle &= (Q^a)^{-2} \left\langle \tilde{\mathbf{E}}^a \left| i \frac{\partial}{\partial k_{X,Y}^a} \right| \tilde{\mathbf{E}}^a \right\rangle_{B_\perp} \\ \langle P_{X,Y}^a \rangle &= (Q^a)^{-2} \left\langle \tilde{\mathbf{E}}^a \left| k_{X,Y}^a \right| \tilde{\mathbf{E}}^a \right\rangle_{B_\perp}. \end{aligned} \quad (9)$$

O produto interno "bra-ket" implica o produto escalar de polarizações complexas com a integração sobre o espaço de momento: $\langle \tilde{\mathbf{E}} | \tilde{\mathbf{E}}' \rangle_L = \int (\tilde{\mathbf{E}} | \tilde{\mathbf{E}}')_L d^2 \mathbf{k}_\perp$ ¹⁰.

No caso da reflexão e transmissão parciais¹¹, $\sin \theta < n$, os coeficientes de Fresnel são reais e, para $Z^a = 0$, temos:

$$\begin{aligned} \langle X^a \rangle &= 0, \\ \langle P_X^a \rangle &= \frac{\gamma^a}{kw_0^2} \frac{d \ln Q^a}{d\theta}, \\ \langle Y^a \rangle &= -\frac{\bar{\sigma}}{2k} \frac{(f_p^a)^2 \mathcal{Y}_p^a + (f_s^a)^2 \mathcal{Y}_s^a}{(Q^a)^2}, \\ \langle P_y^a \rangle &= \frac{\bar{\rho}}{kw_0^2} \frac{(f_p^a)^2 \mathcal{Y}_p^a - (f_s^a)^2 \mathcal{Y}_s^a}{(Q^a)^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Acima, $\bar{\sigma} = (\mathbf{e} | \hat{\sigma}_2 | \mathbf{e})_{\perp B} = 2\text{Im}(e_x^* e_y)$ é a helicidade média do feixe incidente e $\bar{\rho}(\mathbf{e} | \hat{\sigma}_1 | \mathbf{e})_{\perp B} = 2\text{Re}(e_x^* e_y)$ é o grau da polarização linear inclinada em um ângulo de $\pi/4$ ¹².

No caso da reflexão interna total, $\sin \theta > n$, não há onda transmitida, $f_{p,s}^t = 0$, enquanto os coeficientes de reflexão são complexos: $f_{p,s}^r = \exp(i\delta_{p,s})$, com fases reais $\delta_{p,s}$. Os valores espe-

¹⁰A integração é tomada sobre as componentes transversais de momento $k_x^a = \gamma^a k_\mu$ e $k_y^a = kv$, levando em conta a normalização $N^a = \langle \tilde{\mathbf{E}}_\perp^a | \tilde{\mathbf{E}}_\perp^a \rangle = (Q^a)^{-2}$.

¹¹Quando incidimos um feixe proveniente de um meio mais refringente em uma interface menos refringente, de índice de refração relativo n , com um ângulo superior ao ângulo crítico ($\sin \theta = n$) ocorre o fenômeno de reflexão interna total.

¹²Temos que $\hat{\sigma}_{1,2,3}$ são as matrizes de Pauli [22].

rados passam a ser:

$$\begin{aligned} \langle X^{totr} \rangle &= \frac{1}{k} \left(|E_x|^2 \text{Im} \mathcal{X}_p^r + |E_y|^2 \text{Im} \mathcal{X}_s^r \right), \\ \langle P_X^{totr} \rangle &= 0, \\ \langle Y^{totr} \rangle &= -\frac{1}{2k} \left[\bar{\sigma} \text{Re}(\mathcal{Y}_p^r + \mathcal{Y}_s^r) + \bar{\rho} \text{Im}(\mathcal{Y}_p^r - \mathcal{Y}_s^r) \right], \\ \langle P_y^{totr} \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Os desvios do centróide $\langle X^a \rangle$ e do momento $\langle P_X^a \rangle$ representam os deslocamentos espacial e angular de GH, enquanto $\langle Y^a \rangle$ e $\langle P_y^a \rangle$ representam os deslocamentos de IF (Fig 3).

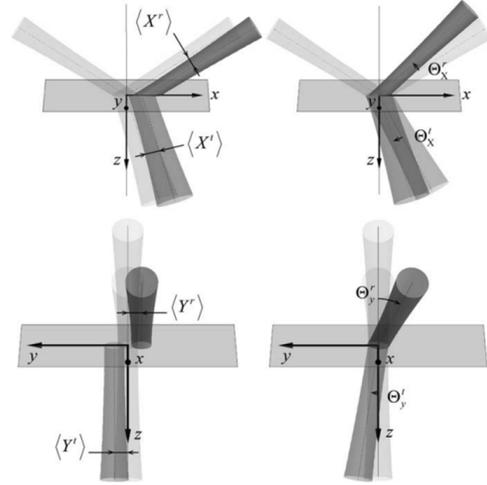


Figura 3: Reflexão (r) e transmissão (t) de um feixe cujo plano de incidência é (x, z). Os deslocamentos espaciais, no lado direito, são representados por $\langle X^a \rangle$ e $\langle Y^a \rangle$ e, os angulares, no lado esquerdo, por Θ_X^a e Θ_Y^a , com $a = r, t$ Fonte: [20]

Os desvios angulares dependem da cintura do feixe e tendem a zero quando $w_0 \rightarrow \infty$, enquanto os deslocamentos espaciais não dependem do perfil do feixe. Os gradientes de momento no plano dos coeficientes de Fresnel $\mathcal{X}_{p,s}^a$ originam os efeitos de GH e os termos de spin-órbita geométricos $\mathcal{Y}_{p,s}^a$ são responsáveis pelos efeitos de IF.

O deslocamento espacial de GH $\langle X^a \rangle$ é causado pelo gradiente angular da fase complexa dos coeficientes de Fresnel. Esse ocorre na reflexão interna total e pode ser entendido como a reflexão do feixe em uma superfície virtual localizada a uma pequena distância do meio

mais denso, como se uma onda evanescente adentra-se o mesmo, para, posteriormente ser refletida [23]. No entanto, o deslocamento angular de GH $\langle P_X^a \rangle$ é causado pelos gradientes angulares da amplitude dos coeficientes de Fresnel e podem ser observados em reflexões parciais e refração com coeficientes reais.

Os desvios de IF surgem essencialmente devido às propriedades de polarização intrínseca da luz. Para o caso de reflexão e transmissão parciais, os modos próprios do deslocamento espacial $\langle Y^a \rangle$ são circularmente polarizados. O deslocamento depende da helicidade da onda incidente, e, assim, representa o efeito spin-Hall da luz.

Já o deslocamento angular de IF tem como modos próprios ondas linearmente polarizadas e originam-se dos mesmos termos da fase geométrica que o deslocamento transversal espacial.

Quando $Z^a \neq 0$, os deslocamentos crescem com o desvio angular: $\langle X^a \rangle(Z^a) = \langle X^a \rangle + \langle P_X^a \rangle Z^a / k^a$, $\langle Y^a \rangle(Z^a) = \langle Y^a \rangle + \langle P_Y^a \rangle Z^a / k^a$, o que é usado para medir pequenos deslocamentos [20].

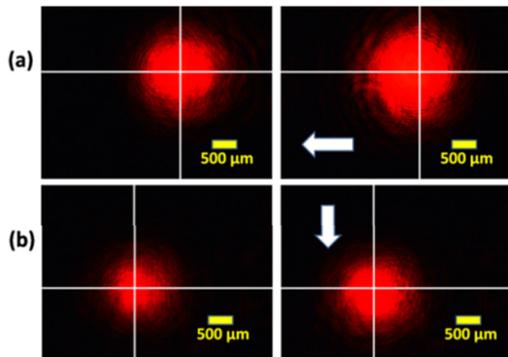


Figura 4: Deslocamento GH longitudinal ao longo da direção x em (a) e IF transversal ao longo da direção y em (b). Fonte: [24]

IV. MEDIÇÃO DE EFEITOS DE GH POR RESSONÂNCIA EM FILMES DIELÉTRICOS

Como os deslocamentos de GH e IF são da ordem do comprimento de onda, medir esses efeitos é difícil do ponto de vista experimental. Desse modo, ao longo dos anos, foram desenvolvidas técnicas para amplificar os valores desses desvios. Nessa seção, será apresentada, brevemente, o método experimental para a medição de desvios espaciais de GH.

Conforme foi mencionado anteriormente, o deslocamento lateral de GH é presente em reflexões internas totais, e uma das maneiras de medi-lo é gerar múltiplas reflexões para amplificar o desvio final. Como o efeito de GH também pode ser compreendido como uma onda evanescente que adentra o meio que incidimos um feixe, é possível que um filme dielétrico se comporte como uma cavidade de Fabry-Pérot, gerando ressonâncias. No entanto, nesse tipo de sistema não há dois espelhos idênticos, e sim duas interfaces: entre o prisma e o dielétrico e entre o dielétrico e o ar (Fig. 5).

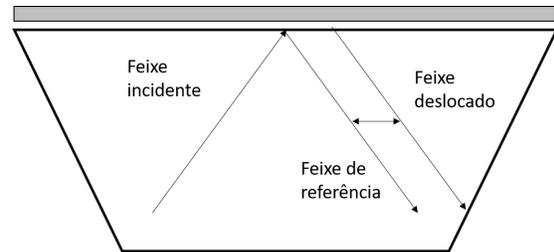


Figura 5: Esquema de um filme dielétrico (cor cinza) evaporado em um prisma envolto por ar. Fonte: próprio autor.

Se incidirmos dois feixes na cavidade: um longe do ângulo de ressonância e outro próximo do ângulo de ressonância, podemos comparar suas trajetórias e medir o deslocamento de GH.

Os diferentes modos da cavidade, caracterizados pelo inteiro m , podem ser examinados variando o ângulo de incidência, conforme a Fig. 6. Podemos ver que após a ressonância, o deslocamento que seria da ordem de centenas de nanômetros passou a ser centenas de

micrômetros.

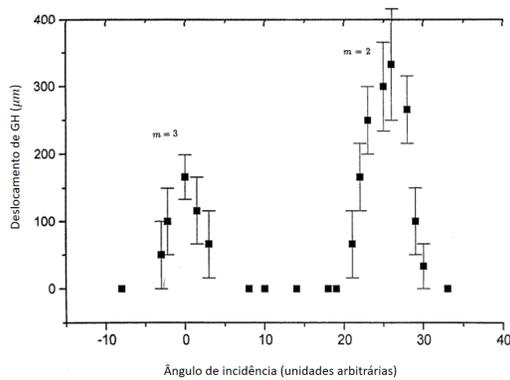


Figura 6: Deslocamento de GH observado para feixe de He-Ne (TE), com comprimento de onda de 633nm em função do ângulo de incidência. Utilizada uma camada de 5,9 μ m de SiO₂ ($n_{\text{SiO}_2} = 1,45$) evaporada em um prisma ($n_p = 1,78$). Ângulo de incidência próximo do ângulo crítico. Os picos correspondem a $m = 2$ e $m = 3$. Fonte: [25].

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluir que as deflexões no vetor de onda geram correções para os coeficientes de Fresnel, que influenciam intimamente nos desvios de GH. No limite paraxial, não há desvio angular e o deslocamento espacial pode ser compreendido como a reflexão de uma onda evanescente no interior do meio dielétrico. Já os desvios de IF surgem devido às propriedades de polarização intrínseca da luz.

Os efeitos de GH e IF estão presente em todos os fenômenos de reflexão e refração. No entanto, consideramos o tipo mais simples, que ocorre para feixes gaussianos uniformemente polarizados. É interessante mencionar que diversos trabalhos foram feitos utilizando diferentes padrões de feixe, como feixes de vórtice, devido às propriedades características de momento angular que esse tipo de luz possui [26, 27].

Embora o processo de construção teórico/experimental por trás desses fenômenos

tenha sido complicado e com muitas controvérsias, atualmente o entendimento acerca dos deslocamentos de GH e IF é robusto, o que propicia uma série de aplicações em plasmônica, metamateriais e sistemas quânticos [28].

REFERÊNCIAS

- [1] I. Newton. *Opticks*. Prabhat Prakashan, 1730.
- [2] K. Artmann. Berechnung der seitenversetzung des totalreflektierten strahles. *Annalen der Physik*, 437(1-2):87–102, 1948.
- [3] F. Goos e H.L. Hänchen. Neumessung des strahlversetzungseffektes bei totalreflexion. *Annalen der Physik*, 440(3-5):251–252, 1949.
- [4] *Transverse mode*. Wikimedia, 2018.
- [5] J.W. Ra e H.L. Bertoni e L.B. Felsen. Reflection and transmission of beams at a dielectric interface. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 24(3):396–413, 1973.
- [6] C. Chan e Chiu e T. Tamir. Angular shift of a gaussian beam reflected near the brewster angle. *Optics letters*, 10(8):378–380, 1985.
- [7] Y.M. Antar e W.M. Boerner. Gaussian beam interaction with a planar dielectric interface. *Canadian Journal of Physics*, 52(11):962–972, 1974.
- [8] M. Merano. Observing angular deviations in the specular reflection of a light beam. *Nat. Photonics*, 3:337, 2009.
- [9] F.I. Fedorov. K teorii polnogo otrazheniya. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 105(3):465–468, 1955.
- [10] C. Imbert. Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam. *Physical Review D*, 5(4):787, 1972.

- [11] R.H. Renard. Total reflection: a new evaluation of the goos-hänchen shift. *JOSA*, 54(10):1190–1197, 1964.
- [12] H. Schilling. *Ann. Phys.(Leipzig)*, 16:122, 1965.
- [13] V.G. Fedoseyev. Conservation laws and transverse motion of energy on reflection and transmission of electromagnetic waves. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 21(9):2045, 1988.
- [14] M.A. Player. Angular momentum balance and transverse shifts on reflection of light. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 20(12):3667, 1987.
- [15] V.S. Liberman. Spin-orbit interaction of a photon in an inhomogeneous medium. *Phys. Rev. A*, 46:5199, 1992.
- [16] M. Onoda e S. Murakami e N. Nagaosa. Hall effect of light. *Physical review letters*, 93(8):083901, 2004.
- [17] K.Y. Bliokh e Y.P. Bliokh. Conservation of angular momentum, transverse shift, and spin hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet. *Physical review letters*, 96(7):073903, 2006.
- [18] K.Y. Bliokh e Y.P. Bliokh. Polarization, transverse shifts, and angular momentum conservation laws in partial reflection and refraction of an electromagnetic wave packet. *Physical Review E*, 75(6):066609, 2007.
- [19] O. Hostene P. Kwiat. Observation of the spin hall effect of light via weak measurements. *Science*, 319(5864):787–790, 2008.
- [20] K. Bliokh e A. Aiello. Goos-hänchen and imbert-fedorov beam shifts: an overview. *Journal of Optics*, 15(1):014001, 2013.
- [21] J.C. Solem e L.C. Biedenharn. Understanding geometrical phases in quantum mechanics: An elementary example. *Foundations of physics*, 23(2):185–195, 1993.
- [22] David J Griffiths. *Introduction to quantum mechanics*. Cambridge University Press, 2016.
- [23] e H. Hänchen F. Goos. Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion. *Annalen der Physik*, 436(7-8):333–346, 1947.
- [24] S. Goswami e S. Dhara e M. Pal e A. Nandi e P.K. Panigrahi e N. Ghosh. Optimized weak measurements of goos-hänchen and imbert-fedorov shifts in partial reflection. *Optics express*, 24(6):6041–6051, 2016.
- [25] R. Kaiser e Y. Levy e J. Fleming e S. Muniz e V.S. Bagnato. Resonances in a single thin dielectric layer: enhancement of the goos-hänchen shift. *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A*, 5(6):891, 1996.
- [26] V.G. Fedoseyev. Spin-independent transverse shift of the centre of gravity of a reflected and of a refracted light beam. *Optics communications*, 193(1-6):9–18, 2001.
- [27] R. Dasgupta e P.K. Gupta. Experimental observation of spin-independent transverse shift of the centre of gravity of a reflected laguerre-gaussian light beam. *Optics communications*, 257(1):91–96, 2006.
- [28] X. Ling et.al. Recent advances in the spin hall effect of light. *Reports on Progress in Physics*, 80(6):066401, 2017.
- [29] *Levi-Civita symbol*. Wikimedia, 2018.
- [30] M. Born e E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon, 2005.

Apêndice A: Representação do campo e rotações

Nesse apêndice, serão feitas considerações para um feixe de luz monocromática propagando no eixo z , com campo elétrico complexo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.

Este pode ser escrito em termos do espectro de Fourier:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \propto \int \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^2\mathbf{k}_\perp, \quad (12)$$

sendo k o número de onda, $d^2\mathbf{k}_\perp = dk_x dk_y$ e $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k})$ a representação do campo no espaço de momento. Serão utilizados os vetores unitários de polarização do campo $\mathbf{e} = \mathbf{E}/E$ e $\tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{E}}/\tilde{E}$. Esse campo obedece a relação de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ e, num meio isotrópico homogêneo, $\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{E}} = 0$. Ou seja, o campo elétrico de uma onda plana $\tilde{\mathbf{E}}$ deve ser ortogonal ao vetor \mathbf{k} .

No sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z) , na referência do laboratório, temos $\mathbf{E} = E_x \mathbf{u}_x + E_y \mathbf{u}_y + E_z \mathbf{u}_z$, ou seja, $|\mathbf{E}\rangle_L = (E_x, E_y, E_z)^T$. Desse modo, o vetor das componentes transversais é $|\mathbf{E}\rangle_{\perp L} = (E_x, E_y)^T$.

Transformações entre diferentes bases são relacionadas pela transformação unitária:

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{u}'_x \\ \mathbf{u}'_y \\ \mathbf{u}'_z \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_y \\ \mathbf{u}_z \end{pmatrix}. \quad (13)$$

A transformação unitária para o sistema de coordenadas circulares $(\mathbf{u}_0^+, \mathbf{u}_0^-, \mathbf{u}_z)$, ainda na referência do laboratório, é dada por:

$$|\mathbf{E}\rangle_C = \hat{V} |\mathbf{E}\rangle_L, \quad \hat{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Para uma onda propagando no eixo z , com $\mathbf{k} = k\mathbf{u}_z$, os vetores de polarização no sentido horário e anti-horário ($\sigma = \pm 1$) são $|\tilde{\mathbf{E}}^\sigma\rangle_C \propto |\mathbf{e}^\sigma\rangle$, com $|\mathbf{e}^+\rangle = (1, 0, 0)^T$ e $|\mathbf{e}^-\rangle = (0, 1, 0)^T$. O número quântico de helicidade é representado por σ e determina o estado de spin dos fótons.

Os vetores de polarização são autovetores da diagonal do operador de helicidade $\hat{\sigma} = \text{diag}(-1, 1, 0)$:

$$\hat{\sigma} |\mathbf{e}^\sigma\rangle = \sigma |\mathbf{e}^\sigma\rangle, \quad \sigma = \pm 1. \quad (15)$$

No espaço de momento, o campo elétrico $\tilde{\mathbf{E}}$ deve ser tangente à superfície da esfera unitária de direções, devido à condição imposta pela relação de Maxwell. Logo, é natural escrever a evolução da polarização do feixe em coordenadas esféricas (θ, ϕ, k) no espaço de momento. Os vetores da base são dados por:

$$\mathbf{u}_\theta(\mathbf{k}) = \mathbf{u}_\phi(\mathbf{k}) \times \boldsymbol{\kappa}, \quad \mathbf{u}_\phi(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{u}_z \times \boldsymbol{\kappa}}{|\mathbf{u}_z \times \boldsymbol{\kappa}|}, \quad \mathbf{u}_k(\mathbf{k}) = \boldsymbol{\kappa}, \quad (16)$$

sendo $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k}/k$. A transformação entre o sistema do laboratório e o sistema de coordenadas esféricas é representada pelo produto de duas rotações: $\hat{U}_S = \hat{R}_y(\theta)\hat{R}_z(\phi)$. Sendo $\hat{R}_\alpha(\delta) = \exp(i\delta\hat{S}_\alpha)$ a rotação por um ângulo $\delta = \theta, \phi$ em torno do eixo $\alpha = x, y, z$. O gerador de rotações é dado por $(\hat{S}_\alpha)_{ij} = -i\epsilon_{\alpha ij}$ onde $\epsilon_{\alpha ij}$ é o símbolo de Levi-Civita [29].

As rotações usadas no presente trabalho são dadas por:

$$\hat{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix},$$

$$\hat{R}_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Devido à condição de ortogonalidade, em coordenadas esféricas $\tilde{E}_k = 0$ e $|\tilde{\mathbf{E}}\rangle_S = (\tilde{E}_\theta, \tilde{E}_\phi, 0)^T$.

Apêndice B: Equações de Snell-Fresnel

As equações apresentadas a seguir descrevem a reflexão e transmissão de Snell-Fresnel para uma onda plana central.

O feixe é associado ao vetor de onda $\mathbf{k}^a = k^a(\sin \theta^a, 0, \cos \theta^a)$, sendo $a = i, r, t$ para as ondas incidente, refletida e transmitida, respectivamente¹³. Logo, os números de onda serão $k^r = k^i = k$ e $k^t = nk$.

Como o ângulo de incidência é igual ao de reflexão em relação à normal e $\theta^i = \theta$, temos $\theta^r = \pi - \theta$ - em relação ao eixo z - e, pela lei de Snell, $\theta^t = \arcsin(n^{-1} \sin \theta)$ [30].

Podemos introduzir um sistema de coordenadas para cada feixe (X^a, y, Z^a) com Z^a na direção de propagação do mesmo, simplificando $\mathbf{k}_c^a = k^a \mathbf{u}_Z^a$. Este sistema é obtido aplicando uma rotação no sistema de referência do laboratório por um ângulo θ^a em torno do eixo

¹³O índice i será omitido das expressões: $\mathbf{k}_c^i = \mathbf{k}_c$.

y :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_X^a \\ \mathbf{u}_y^a \\ \mathbf{u}_Z^a \end{pmatrix} = \hat{R}_y(\theta^a) \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_y \\ \mathbf{u}_z \end{pmatrix}. \quad (17)$$

O campo elétrico da onda plana será $\mathbf{E}_\perp = e_x \mathbf{u}_X + e_y \mathbf{u}_y$, onde assumimos a normalização $|\mathbf{E}_\perp|^2 = |e_x|^2 + |e_y|^2 = 1$. Os componentes do campo formam o vetor de Jones no sistema do feixe $|\mathbf{e}\rangle_{\perp B} = (e_x, e_y)^T$ e a base $X - y$ coincide com as bases dos modos TM (p) e TE (s). Os feixes secundários - refletidos e transmitidos - são obtidos aplicando a matriz de Fresnel-Jones \hat{F}^a :

$$|\mathbf{E}\rangle_{\perp B}^a = \hat{F}^a |\mathbf{E}\rangle_{\perp B}, \quad \hat{F}^a = \begin{pmatrix} f_p^a & 0 \\ 0 & f_s^a \end{pmatrix}, \quad (18)$$

onde denotamos $f^{i,r,t} = 1, R, T$ e f_p para coeficientes de ondas TM (p) e f_s para ondas TE (s) [30].

O vetor de Jones normalizado toma a forma:

$$|\mathbf{e}\rangle_{\perp B}^a = (Q^a)^{-1} |\mathbf{E}\rangle_{\perp B}^a, \quad (Q^a)^2 = (\mathbf{E}^a | \mathbf{E}^a), \quad (19)$$

sendo $Q^a = \sqrt{|f_p^a|^2 |e_x|^2 + |f_s^a|^2 |e_y|^2}$ os coeficientes de amplitude dos campos.

Pela lei de conservação de energia, temos [30]:

$$Q^a = \zeta^a \left| \frac{\cos \theta^a}{\cos \theta} \right| (Q^a)^2, \quad (20)$$

onde $Q^r + Q^t = Q = 1$, e as impedâncias relativas são $\zeta^i = \zeta^r = 1$ e $\zeta^t = \zeta$.